



tuniTests.tn

نجاحك يهمنا

Fiches de cours

Complexes

Géométrie

## EXERCICE 6

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ .

A tout nombre complexe  $z$ , distinct de 4, on associe le nombre :  $Z = \frac{iz - 4}{z - 4}$

On note  $A$  le point d'affixe 4 et on considère l'ensemble  $(\mathcal{E})$  des points  $M$  du plan, distincts de  $A$ , et d'affixe  $z$  telle que  $Z$  soit un nombre réel.

On se propose de déterminer et de construire cet ensemble  $(\mathcal{E})$  par deux méthodes différentes.

### 1°) Méthode analytique

a) On pose  $z = x + iy$  et  $Z = X + iY$  avec  $x, y, X, Y$  réels.

Exprimer  $X$  et  $Y$  en fonction de  $x$  et  $y$ .

b) Écrire une équation cartésienne de  $(\mathcal{E})$ . Reconnaître la nature de  $(\mathcal{E})$  et caractériser cet ensemble. Construire  $(\mathcal{E})$ .

### 2°) Méthode géométrique

On considère le point  $B$  d'affixe  $-4i$ .

a) Vérifier que  $\frac{iz - 4}{z - 4}$  est réel si et seulement si le nombre  $\frac{z + 4i}{z - 4}$  est imaginaire pur. On pourra remarquer que  $iz - 4 = i(z + 4i)$

b) Quelles sont les affixes des vecteurs  $\overrightarrow{AM}$  et  $\overrightarrow{BM}$  ?

En interprétant géométriquement la condition ci-dessus, établir que  $M$  appartient à  $(\mathcal{E})$  si et seulement si  $\overrightarrow{AM}$  et  $\overrightarrow{BM}$  sont orthogonaux.

En déduire la nature de  $(\mathcal{E})$  et caractériser cet ensemble.



tuniTests.tn

نجاحك يهمنا